

PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.	Hauptprüfung 2 0 0 4
Fach : M a t h e m a t i k	Aufgabe 1 (Seite 1/2)

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

1.1 $f(x) = -\frac{1}{8}x^4 + x^2$ $f'(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 2x$ $f''(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 2$ $f'''(x) = -3x$

$$f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2(-x^2 + 8) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \vee x = \pm\sqrt{8}$$

$$N_1(0|0) \vee N_{2,3}(\pm\sqrt{8}|0)$$

$$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x(x^2 - 4) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0 \vee x = \pm 2$$

$$f'(0) = 0 \wedge f''(0) = 2 \wedge f(0) = 0 \Rightarrow T(0|0)$$

$$f'(\pm 2) = 0 \wedge f''(\pm 2) = -4 \wedge f(\pm 2) = 2 \Rightarrow H_{1,2}(\pm 2|2)$$

Berechnung der Wendestellen:

$$f''(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{\frac{4}{3}} \quad \wedge \quad f'''(\pm\sqrt{\frac{4}{3}}) \neq 0$$

$$f''(0) = 2 > 0; \text{ deshalb ist } K_f \text{ nur für } x \in \left] -\sqrt{\frac{4}{3}}; \sqrt{\frac{4}{3}} \right[\text{ linksgekrümmt.}$$

7

1.2 $p(x) = ax^2 + c$ aus Symmetriegründen

Schaubild K_f :

2

$$p(-2) = 2 \quad \Rightarrow \quad 4a + c = 2 \quad \Leftrightarrow \quad c = 2 - 4a$$

$$p(x) = ax^2 + 2 - 4a$$

$$\int_{-2}^2 (p(x) - f(x)) dx = 9,6$$

$$\text{bzw. } \int_0^2 (p(x) - f(x)) dx = 4,8$$

$$\int_0^2 \left(ax^2 + 2 - 4a + \frac{1}{8}x^4 - x^2 \right) dx = 4,8$$

$$\left[\frac{1}{3}ax^3 + 2x - 4ax + \frac{1}{40}x^5 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2 = 4,8$$

$$\frac{8}{3}a + 4 - 8a + \frac{4}{5} - \frac{8}{3} = 4,8$$

$$a = -0,5 \quad p(x) = -0,5x^2 + 4$$

Untersuchung auf weitere Schnittpunkte:

$$f(x) = p(x) \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{8}x^4 + x^2 = -\frac{1}{2}x^2 + 4$$

$$x^4 - 12x^2 + 32 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x^2 - 4)(x^2 - 8) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm 2 \quad \vee \quad x = \pm\sqrt{8}$$

Weitere Schnittpunkte sind $Q_{1,2}(\pm\sqrt{8}|0)$.

Mit den bereits gegebenen Schnittpunkten $P_{1,2}(\pm 2|2)$ sind damit alle

Schnittpunkte von K_f und K_p bekannt.

3

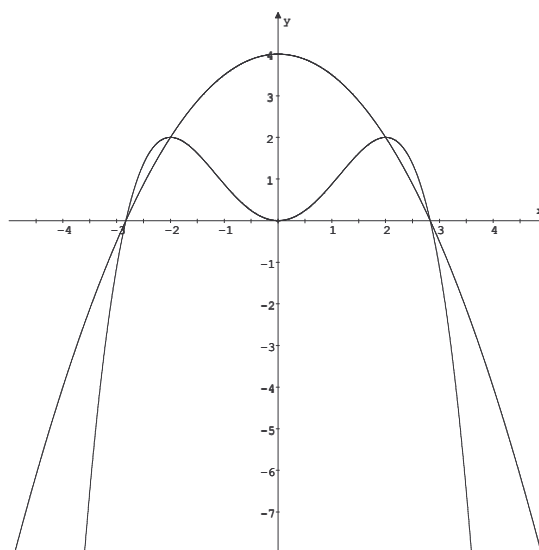


Schaubild K_p :

1

5

PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.	Hauptprüfung 2 0 0 4
Fach : M a t h e m a t i k	Aufgabe 1 (Seite 2/2)

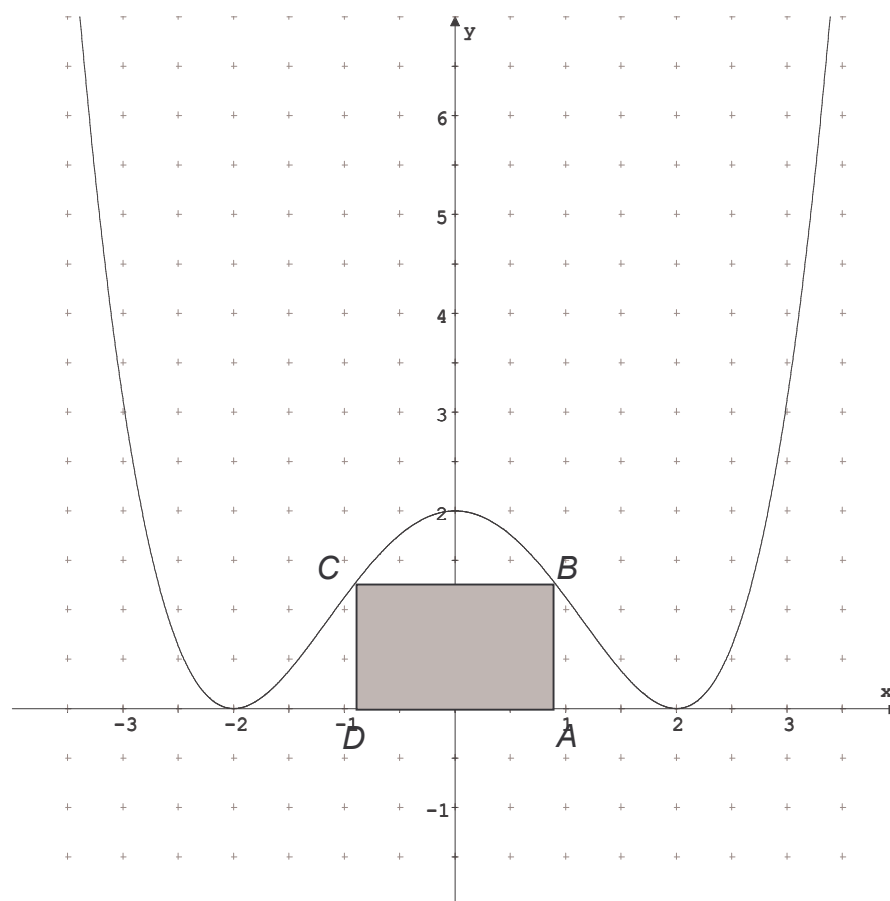
L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

- 1.3 Aus Symmetriegründen gilt: $f(x) = ax^4 + cx^2 + e$ $f'(x) = 4ax^3 + 2cx$
- $f(2) = 0 \Rightarrow 16a + 4c + e = 0$
- $f'(2) = 0 \Rightarrow 32a + 4c = 0$
- $f(0) = 2 \Rightarrow e = 2$
- Ergebnis: $f(x) = \frac{1}{8}x^4 - x^2 + 2$

6

- 1.4 Lösungsweg:



Festlegung der Koordinaten der Eckpunkte:

$A(u | 0)$, $B(u | f(u))$, $C(-u | f(u))$ und $D(-u | 0)$

Zielfunktion: $z(u) = 2u \cdot f(u)$

Bereich für u : $0 < u < 2$ bzw. $0 \leq u \leq 2$

Grundsätzlich gilt: Das Maximum liegt entweder am Rand des zugelassenen Bereiches oder bei einem relativen Maximum der Zielfunktion.

Am Rand dieses Intervalls ist $z(u) = 0$, deshalb kann das Maximum nicht am Rand des zugelassenen Intervalls liegen. Der größte Funktionswert von $z(u)$ an den Nullstellen von $z'(u)$ ist daher das gesuchte Maximum

6